



Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский педагогический государственный университет»

Математический факультет

УТВЕРЖДЕНО
ученым советом математического факультета
«15» января 2018 г. Протокол № 6

Поликарпов С.А.
(ФИО председателя ученого совета)

(подпись)

Программа государственной итоговой аттестации

код и направление подготовки

01.03.01 «Математика»

направленность (профиль) образовательной программы

«Преподавание математики и информатики»

уровень образования

бакалавр

Форма обучения

очная

Москва — 2018

Содержание

1	ЦЕЛИ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ	3
2	ФОРМЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ	3
2.1	Виды профессиональной деятельности выпускников и соответствующие им задачи профессиональной деятельности	3
3	ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ	4
3.1	Критерии оценки на государственном экзамене	4
3.2	Критерии оценивания выпускной квалификационной работы	5
3.3	Типовые задачи экзамена	7
3.4	Примерный перечень вопросов экзамена	12
4	ТРЕБОВАНИЯ К ЗАЩИТЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ	15
4.1	Вид выпускной квалификационной работы	15
4.2	Структура выпускной квалификационной работы и требования к ее содержанию	15
4.3	Примерная тематика и порядок утверждения тем выпускных квалификационных работ	16
4.4	Порядок оформления и представления в государственную экзаменационную комиссию выпускной квалификационной работы	17
	Требования к оформлению выпускной квалификационной работы	17
4.5	Порядок защиты выпускной квалификационной работы	18
5	ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА	19
5.1	Программа государственного экзамена	19
5.2	Порядок проведения экзамена	22
6	УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	23

1. ЦЕЛИ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Целью государственной итоговой аттестации является установление уровня подготовки выпускника к научно-исследовательской деятельности в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии, и соответствия его подготовки требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

2. ФОРМЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Государственная итоговая аттестация проводится в форме государственного экзамена и защиты выпускной квалификационной работы.

2.1 Виды профессиональной деятельности выпускников и соответствующие им задачи профессиональной деятельности

Предусматривается подготовка выпускников к следующим видам профессиональной деятельности: научно-исследовательская и педагогическая.

Выпускник, освоивший программу бакалавриата, в соответствии с видами профессиональной деятельности, на которые ориентирована программа бакалавриата, должен быть готов решать следующие профессиональные задачи:

педагогическая деятельность:

- преподавание физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных и профессиональных образовательных организациях;
- разработка методического обеспечения учебного процесса в общеобразовательных и профессиональных образовательных организациях.

научно-исследовательская деятельность:

- применение основных понятий, идей и методов фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач;
- решение математических проблем, соответствующих направленности (профилю) образования, возникающих при проведении научных и прикладных исследований;
- подготовка обзоров, аннотаций, составление рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований; участие в работе семинаров, конференций и симпозиумов, оформление и подготовка публикаций по результатам проводимых научно-исследовательских работ.

3. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка ответа на вопросы и задания билета выставляется членами Государственной экзаменационной комиссии.

3.1 Критерии оценки на государственном экзамене

Оценки ставятся по четырехбалльной шкале («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»).

Отметка «отлично»:

- все вопросы билета раскрыты полностью;
- все задачи билета решены полностью;
- студент владеет основными теориями и глубоко понимает их содержание;
- имеет ясное представление связи теории и практики в рамках излагаемого материала;
- уверенно владеет необходимыми методами решения конкретных задач, может проиллюстрировать основные положения теории конкретными примерами;
- ясно и четко дает основные определения; владеет терминологическим и понятийным аппаратом;
- развернуто отвечает на дополнительные вопросы.

Отметка «хорошо»:

- вопросы билета раскрыты по существу;
- решены задачи билета;
- студент в целом владеет основными теориями и понимает их содержание;
- имеет общее представление о связи теории и практики в рамках излагаемого материала;
- владеет в целом необходимыми методами решения конкретных задач, может проиллюстрировать основные положения теории конкретными примерами;
- в достаточной мере владеет понятийным и терминологическим аппаратом;
- имеет затруднения при ответе на дополнительные вопросы.

Отметка «удовлетворительно»:

- вопросы билета раскрыты, но не полностью;
- решения задач содержат ошибки;
- фрагментарное понимание основных теорий;
- слабое понимание связи теории и практики;
- студент может проиллюстрировать основные положения теории конкретными примерами, но имеет затруднения при решении некоторых задач;
- студент не демонстрирует уверенного владения понятийным и терминологическим аппаратом;
- дополнительные вопросы вызывают затруднение.

Отметка «неудовлетворительно»:

- большая часть вопросов не раскрыта;
- не решены задачи билета;
- студент не может проиллюстрировать основные положения теории конкретными примерами, не может применить теорию при решении конкретных задач;
- нет ответов на дополнительные вопросы.

Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

3.2 Критерии оценивания выпускной квалификационной работы

- Обоснованность актуальности темы выпускной квалификационной работы, ясность и грамотность сформулированной темы (для темы, предложенной обучающимся), цели и задач исследования, соответствие им содержания работы.
- Самостоятельность, логичность и завершенность работы.
- Полнота критического анализа литературы различных типов, включая научную, материалы периодической печати, нормативных документов (при наличии), в том числе и на иностранных языках (при наличии).
- Уровень систематизации теоретических и практических знаний по теме исследования, качество применения их для решения конкретных исследовательских задач.

- Оригинальность проблематизации исследовательской работы, научная новизна исследовательской гипотезы, уровень использования современных методов познания.
- Наличие обоснованных практических рекомендаций, сделанных исходя из полученных результатов исследовательской деятельности, их связь с теоретическими положениями, соответствие поставленным целям, задачам и гипотезе работы.
- Понимание автором взаимосвязи проведенного исследования и полученных результатов с освоенной им образовательной программой.
- Правильность и аккуратность оформления выпускной квалификационной работы и демонстрационных материалов.
- Качество доклада и презентации.
- Объем и глубину знаний по предмету.
- Ответы на вопросы (полнота, аргументированность, убежденность).
- Отзыв научного руководителя.

В ходе процедуры защиты выпускной квалификационной работы также оценивается общий уровень культуры общения автора с аудиторией, устное изложение результатов своей работы, применение электронно-информационных средств для представления результатов исследования, оригинальность текста и отсутствие некорректного заимствования.

Оценка «отлично» выставляется если:

- выпускная квалификационная работа носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный теоретический материал, глубокий анализ материала, характеризуется логичным последовательным изложением материала с соответствующими выводами и обоснованными предложениями;
- выпускная квалификационная работа имеет положительный отзыв научного руководителя;
- при защите работы студент показал глубокие знания теоретических аспектов проблемы, свободно оперирует данными исследования, вносит обоснованные предложения по исследуемому вопросу.

Оценка «хорошо» выставляется если:

- выпускная квалификационная работа содержит грамотно изложенный теоретический материал, глубокий анализ материала, характеризуется последовательным изложением материала с соответствующими выводами, однако с не вполне обоснованными предложениями;

- имеет положительный отзыв научного руководителя с незначительными замечаниями;
- при защите студент показывает достаточные знания вопросов темы, оперирует данными исследования, без особых затруднений отвечает на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется если:

- выпускная квалификационная работа содержит теоретическую главу, базируется на практическом материале, но отличается поверхностным анализом и недостаточно критическим разбором материала, в ней просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные предложения;
- в отзыве руководителя имеются замечания по содержанию работы и методике анализа;
- при защите студент проявляет неуверенность, показывает слабое знание вопросов темы, не дает полного, аргументированного ответа на заданные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется если:

- выпускная квалификационная работа не содержит анализа и практического разбора материала, не имеет выводов, либо они носят декларативный характер; не отвечает требованиям, предъявляемым к выпускным квалификационным работам;
- отзыв руководителя имеет отрицательный характер;
- при защите студент затрудняется отвечать на поставленные вопросы по теме, не знает теории вопроса, при ответе допускает существенные ошибки.

3.3 Типовые задачи экзамена

Математический анализ

1. Исследовать ограниченность числового множества $E = \left\{ \frac{3n}{n+3}, n \in \mathbb{N} \right\}$ и найти его грани, если они существуют.
2. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^{3n+1}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x \sin(5x) + 3x^3}{x^2 e^x + \operatorname{tg}^2 x + 6x^3}$.

4. Найти площадь треугольника, образованного координатными осями и касательной к графику функции $y = 3x - x^2$ в точке $x_0 = 2$.
5. Исследовать функцию $y = x^{-1} \cdot \ln x$ на монотонность и выпуклость.
6. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, который можно вписать в криволинейный треугольник $x \geq 0, 0 \leq y \leq e^{-2x}$.
7. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{x^2 + 3x + 2}$.
8. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 \cos x + 1}$.
9. Найти площадь плоской фигуры, координаты точек которой удовлетворяют двойному неравенству $x \leq y \leq 4x - x^2$.
10. Найти сумму числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^{n+1} + 6 \cdot 2^n}{5^{n-1}}$.
11. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-4)^n}{3^{2n+1}(n^3+1)}$.

Теория функций действительного переменного

12. Даны множества $X = [0; 3], Y = [1; 2) \cup [4; +\infty)$. Привести пример биективного отображения $f : X \rightarrow Y$. Существует ли непрерывное биективное отображение $f : X \rightarrow Y$?
13. Найти мощность множества E всех чисел отрезка $[0; 1]$, в десятичном представлении которых можно обойтись без цифры 7?

Теория функций комплексного переменного

14. Вычислить значение функции $f(z) = \exp z$ в точке $x_0 = -\ln 2 - i\frac{\pi}{2}$. Ответ записать в алгебраической форме.
15. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по её действительной части $\operatorname{Re} f(z) = 3xy^2 - x^3 + 3y$ и значению в точке $z = 0 : f(0) = i$.

Дифференциальные уравнения

16. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' - 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

Математическая логика и теория алгоритмов

17. Доказать, что формулы языка логики предикатов $\neg\forall xP(x)$ и $\forall x\neg P(x)$ не являются равносильными.

18. Доказать, что пересечение двух разрешимых подмножеств множества \mathbb{N} является разрешимым множеством.

Алгебра

19. Вычислить в поле комплексных чисел: $(1 + i)^{100} - (1 - i)^{100}$.

20. Найти корни уравнения $2x^4 + x^3 - 5x - 6 = 0$.

21. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 3, \\ 2x - 5y + 3z = 0, \\ -x + 2y + 3z = 4. \end{cases}$$

22. При каких значениях параметра a система уравнений имеет единственное решение

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 3x - (a + 2)y = 5. \end{cases}$$

23. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 5y^3 = -2, \\ 2x^2 + y^2 = 7. \end{cases}$$

24. Являются ли векторы $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R}^4$ линейно независимыми?

$$a_1 = (0, 1, 0, 1); \quad a_2 = (2, 2, 1, 1); \quad a_3 = (1, -1, 0, -2); \quad a_4 = (3, 1, -1, 2).$$

25. Известно, что a является корнем многочлена f . Найти остальные комплексные корни многочлена и разложить на линейные множители.

$$f = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2, \quad a = 1 + i.$$

26. Найти многочлен с целыми коэффициентами, корнем которого является алгебраическое число $\alpha = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$.
27. Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$.

Геометрия

28. Дан тетраэдр $ABCD$ с вершинами $A(7, 1, 1)$, $B(3, 0, 2)$, $C(1, 2, 5)$, $D(3, 4, 0)$ в прямоугольной декартовой системе координат. Найти объем тетраэдра, площадь основания ABC и высоту, проведенную из вершины D .
29. Найти композицию двух осевых симметрий с параллельными осями.
30. Доказать, что в неравностороннем треугольнике ортоцентр H , центр тяжести G и центр описанной окружности O лежат на одной прямой, причем $\overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{OG}$.
31. Доказать, что если точки M и N являются серединами сторон AB и AC треугольника ABC плоскости Лобачевского, то прямые MN и BC расходятся, а отрезок MN меньше половины отрезка BC .
32. Доказать, что на проективной плоскости существуют четыре точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой.
33. На расширенной аффинной плоскости дан отрезок AB , его середина C и точка M , не лежащая на прямой AC . Пользуясь только линейкой, провести через точку M прямую, параллельную AB .
34. Написать уравнение координатных плоскостей и осей сопровождающего репера линии, заданной неявно уравнениями

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2, \\ z = \frac{1}{3}x^3 \end{cases}$$

в точке $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$.

35. Найти угол между линиями $\gamma_1 : v = u + 1$ и $\gamma_2 : v = 3 - u$ на поверхности

$$\begin{cases} x = u \cos v, \\ y = u \sin v, \\ z = u^2, \end{cases} \quad u > 0, \quad v \in [0; 2\pi).$$

36. Доказать, что ортогональное проектирование окружности с индуцированной на ней топологией евклидовой плоскости на касательную прямую с естественной топологией является непрерывным.

Теория чисел

37. Решить в целых числах уравнение $339x - 240y = 21$.
38. Найти с помощью цепных дробей приближение $\sqrt{3}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
39. Найти остаток от деления числа $6^{3^{1000}}$ на 176.
40. Найти наименьшее натуральное число, дающее при делении на 3, 4, 5, 6, 7 остатки, соответственно равные 2, 3, 4, 5, 6.
41. Найти количество цифр предпериода и периода десятичной дроби, в которую обращается число $\frac{62}{40 \cdot 7^{2016}}$.

Дискретная математика и теория вероятностей

42. В шар вписан куб. Точка бросается наугад в шар. Какова вероятность того, что она попадет в куб?
43. Работница обслуживает два станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа станок потребует вмешательства работницы, для первого станка равна 0,9, для второго — 0,8. Найдите вероятность того, что в течение часа ни один из станков не потребует вмешательства работницы.
44. Монета подбрасывается 5 раз. Какова вероятность того, что герб появится не менее двух раз?
45. Функция распределения дискретной случайной величины ζ имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 2, \\ 0,3 & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0,5 & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Построить график функции распределения. Найти $P\{\zeta \geq 3, 5\}$. Найти закон распределения.

46. Непрерывная случайная величина X задана своей плотностью вероятности:

$$f(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -3, \\ A(x - 3), & \text{при } -3 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Определить коэффициент A . Найти интегральную функцию распределения $F(x)$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$. Вычислить $M(x)$ и $D(x)$. Найти вероятность того, что случайная величина X попадет в интервал $(0; 1)$.

3.4 Примерный перечень вопросов экзамена

1. Верхняя и нижняя грани числового множества. Теоремы существования верхней и нижней граней.
2. Предел числовой последовательности и его свойства. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число ϵ .
3. Предел функции. Арифметические свойства. Предельный переход в неравенстве для функций. Теорема о пределе промежуточной функции.
4. Непрерывные функции и их свойства. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
5. Производная. Дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический и физический смыслы производной. Арифметические свойства дифференцируемых функций.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
7. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Примеры разложения функций по формуле Тейлора (e^x , $\cos x$, $\sin x$, $(1 + x)^\alpha$).
8. Признаки монотонности, экстремума, выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Исследование функции.
9. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Интегрирование заменой переменной и по частям.
10. Определённый интеграл и его свойства. Классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь. Вычисление площади плоской фигуры с помощью определённого интеграла. Другие геометрические приложения определённого интеграла.

12. Числовой ряд. Сумма числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов.
13. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций.
14. Равномощные множества. Счётность множества рациональных чисел и несчётность множества действительных чисел. Множества мощности континуума.
15. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
16. Обыкновенное дифференциальное уравнение, его общее решение. Задача Коши. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка.
17. Теории первого порядка. Примеры. Модели теорий. Непротиворечивые теории. Критерий независимости аксиомы теории.
18. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Неразрешимость проблемы останковки для машин Тьюринга. Проблема диофантовых уравнений.
19. Скалярное, смешанное и векторное произведение векторов и их применение к решению задач школьного курса геометрии.
20. Движения плоскости. Классификация движений. Группа движений. Применение движений к решению задач.
21. Преобразования подобия и их свойства. Применение подобий к решению задач.
22. Плоскость Лобачевского. Свойства треугольников плоскости Лобачевского.
23. Проективная плоскость, ее свойства и ее модели.
24. Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Гармонические четверки точек. Полный четырехвершинник. Применение к решению задач.
25. Гладкие кривые. Сопровождающий репер. Формулы Френе.
26. Гладкие поверхности. Первая квадратичная форма. Задачи, решаемые с помощью первой квадратичной формы
27. Топологические пространства и их непрерывные отображения
28. Простое алгебраическое расширение поля. Алгебраические числа.

29. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Полиномы над полем действительных чисел.
30. Комплексные числа. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа, комплексные корни из единицы.
31. Наибольший общий делитель двух полиномов, его выражение через исходные полиномы. Алгоритм Евклида. Неприводимые над полем полиномы. Разложение полинома положительной степени в произведение неприводимых множителей
32. Решение и исследование системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных. Критерий совместности системы линейных уравнений.
33. Векторное пространство над полем. Базис и размерность векторного пространства, изоморфизмы векторных пространств.
34. Линейные операторы векторного пространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, характеристическое уравнение.
35. Понятие группы, примеры групп. Подгруппы и смежные классы, теорема Лагранжа. Гомоморфизмы групп, нормальные делители группы.
36. Понятие кольца, примеры колец. Идеалы кольца. Факториальность кольца главных идеалов.
37. Приложения цепных дробей к решению неопределённых уравнений и к приближению действительных чисел.
38. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости. Длина периода десятичной дроби. Свойства простых чисел.
39. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
40. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Различные формулировки аксиоматической теории натуральных чисел и их эквивалентность. Роль аксиомы индукции в арифметике.
41. Аксиоматическая теория действительных чисел. Действительные числа и их свойства. Теорема о существовании корня.
42. Основные комбинаторные конфигурации: выборки, размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями. Явные формулы для их числа.

43. Изоморфизм графов. Понятие инварианта графа. Примеры простейших инвариантов графа.
44. Условная вероятность и независимость событий.
45. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин.
46. Законы больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.

4. ТРЕБОВАНИЯ К ЗАЩИТЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

4.1 Вид выпускной квалификационной работы

Выпускная квалификационная работа представляет собой выполненную обучающимся работу, демонстрирующую уровень подготовленности выпускника к самостоятельной профессиональной деятельности. Вид выпускной квалификационной работы соответствует определенным уровням высшего профессионального образования: для образовательной программы высшего образования с присвоением квалификации бакалавра — выпускная квалификационная работа бакалавра.

4.2 Структура выпускной квалификационной работы и требования к ее содержанию

В структуру выпускной квалификационной работы бакалавра входят:

- титульный лист;
- содержание с перечислением написанных автором параграфов (глав), разделов с указанием номеров страниц (все листы, начиная со второго, нумеруются);
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список литературы, оформленный по ГОСТ Р 7.0.5-2008;
- приложения (при наличии).

Титульный лист содержит сведения о месте выполнения работы, теме, авторе и научном руководителе, а также сведения о проверке ВКР на объем заимствования.

Содержание посвящено описанию структуры работы и служит путеводителем по ней.

Введение должно быть посвящено раскрытию темы, содержать все необходимые сведения о целях, задачах и результатах работы. Во введении должны быть освещены следующие вопросы:

1. Актуальность выбранной темы.
2. Обоснование постановки проблемы (задачи).
3. Формулировка объекта и предмета исследования.
4. Формулировка цели работы и задач, которые необходимо решить для достижения цели, формулировка гипотезы исследования, если это необходимо по теме исследования.
5. Перечисление используемых методов исследования.
6. Описание новизны и практической значимости работы.
7. Краткое описание работы.

Основная часть, как правило, состоит из двух глав, каждая из которых начинается с постановки решаемых в ней задач. Первая глава должна быть посвящена объекту исследования, а вторая — предмету исследования.

В заключении дается оценка полученных результатов, их соответствие поставленным целям и подтверждение выдвинутых положений или гипотез, отмечаются возможные области применения.

Приложение выпускной квалификационной работы не является обязательной частью. При необходимости приложение может содержать: практические приложения результатов исследования, сборник задач, разработка системы уроков, методические рекомендации, наглядные пособия, программы курсов по выбору и т.д.

4.3 Примерная тематика и порядок утверждения тем выпускных квалификационных работ

Бакалаврская работа является выпускной квалификационной работой, отражающей итог теоретического обучения студента и подтверждающая его способность к самостоятельному исследованию по общетеоретическим проблемам одного из образовательных направлений, избранного обучающимся.

Выпускная работа бакалавра по математике может быть посвящена:

- актуальным вопросам современной математики;
- одному из фундаментальных разделов высшей математики;

- классическим вопросам элементарной математики;
- прикладным вопросам математики.

Перечень тем выпускных квалификационных работ бакалавров разрабатывается кафедрами и утверждается ученым советом математического факультета.

4.4 Порядок оформления и представления в государственную экзаменационную комиссию выпускной квалификационной работы

Завершенная выпускная квалификационная работа бакалавра в сброшюрованном виде (печатается на одной стороне каждого листа бумаги формата А4), а также разрешение о размещении текста выпускной квалификационной работы в электронно-библиотечной среде передаются выпускником секретарю государственной экзаменационной комиссии, в которой будет проходить процедура защиты выпускной квалификационной работы не позднее, чем за 2 календарных дня до дня защиты.

Требования к оформлению выпускной квалификационной работы

Поля: верхнее, нижнее — 2 см, левое — 3 см, правое — 1 см.

Отступ первой строки: 1,25 см.

Межстрочный интервал: полуторный.

Шрифт: Times New Roman

Размер: 14 пт.

Таблицы, представленные в тексте, должны иметь номер и название, если таблиц больше одной. Номер таблицы выравнивается по правому краю, шрифт основной; в следующей строке — название таблицы (полужирный курсив, выравнивание по центру); шрифт внутри таблицы — 12 пт.

Рисунки должны быть «привязаны» к тексту, иметь номер (полужирный курсив) и название (курсив, шрифт 13 пт, выравнивание по центру).

Все страницы нумеруются, начиная с титульного листа, на котором номер страницы не ставится.

Список литературы составляется в алфавитном порядке с использованием сквозной нумерации. Каждый литературный источник сопровождается его полным библиографическим описанием в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления».

На все источники, указанные в списке литературы, должны быть ссылки в тексте ВКР. Фамилии ученых, используемые в тексте, должны быть представлены в списке литературы.

4.5 Порядок защиты выпускной квалификационной работы

Защита выпускной квалификационной работы проводится на открытом заседании государственной экзаменационной комиссии с участием председателя и не менее двух третей состава комиссии, руководителя работы, а также всех желающих.

К защите выпускной квалификационной работы допускается лицо, успешно завершившее в полном объеме освоение основной образовательной программы по направлениям подготовки высшего образования, разработанной высшим учебным заведением в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и успешно прошедшее все другие виды итоговых экзаменационных испытаний.

Защита выпускной квалификационной работы осуществляется в устной форме с использованием компьютерной презентации. После открытия заседания председатель объявляет о защите выпускной квалификационной работы, указывает название работы, фамилии научного руководителя. Затем слово предоставляется выпускнику, который излагает основные положения выпускной работы, продолжительность доклада может быть установлена в пределах 15 минут.

В ходе защиты студенту предоставляется слово для изложения сделанных им выводов и сформулированных предложений, ответов на вопросы членов государственной экзаменационной комиссии и иных лиц, присутствующих на защите.

Члены комиссии задают вопросы выпускнику в устной форме. После ответа на поставленные вопросы выступают научный руководитель, любой член комиссии.

Выпускнику дается время для ответов на замечания, содержащиеся в выступлениях членов комиссии.

Результаты защиты обсуждаются на закрытом заседании государственной экзаменационной комиссии, оцениваются открытым голосованием. При равном числе голосов голос председателя является решающим.

Результаты определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» и объявляются в тот же день после оформления в установленном порядке протоколов заседаний экзаменационных комиссий.

5. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

5.1 Программа государственного экзамена

Государственный экзамен проводится по основным дисциплинам образовательной программы, обеспечивающих формирование профессиональных компетенций выпускника: математический анализ, геометрия, алгебра, теория чисел, числовые системы, теория функций комплексного переменного, теория функций действительного переменного, дифференциальные уравнения, математическая логика, теория алгоритмов, дискретная математика и теория вероятностей.

Математика

Математический анализ

Верхняя и нижняя грани числового множества. Теоремы существования верхней и нижней граней.

Предел числовой последовательности и его свойства. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число e .

Предел функции. Арифметические свойства. Предельный переход в неравенстве для функций. Теорема о пределе промежуточной функции.

Непрерывные функции и их свойства. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Производная. Дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический и физический смыслы производной. Арифметические свойства дифференцируемых функций.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Примеры разложения функций по формуле Тейлора (e^x , $\cos x$, $\sin x$, $(1+x)^\alpha$). Признаки монотонности, экстремума, выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Исследование функции.

Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Интегрирование заменой переменной и по частям.

Определённый интеграл и его свойства. Классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница.

Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь плоской фигуры. Вычисление площади плоской фигуры с помощью определённого интеграла. Другие геометрические приложения определённого интеграла.

Числовой ряд. Сумма числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Разложение функций в

степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций (e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $\operatorname{arctg} x$).

Теория функций действительного переменного

Равномощные множества. Счётность множества рациональных чисел и несчётность множества действительных чисел. Множества мощности континуума.

Теория функций комплексного переменного

Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции. Восстановление аналитической функции по её действительной или мнимой части. Экспонента и тригонометрические функции комплексного переменного; их свойства.

Дифференциальные уравнения

Обыкновенное дифференциальное уравнение, его общее решение. Задача Коши. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Математическая логика и теория алгоритмов

Формулы языка логики высказываний (ЯЛВ). Тавтологии. Равносильные формулы ЯЛВ и законы равносильности. Формулы языка логики предикатов (ЯЛП). Интерпретации ЯЛП. Выполнимые и общезначимые формулы ЯЛП. Равносильные формулы ЯЛП и законы равносильности ЛП. Теории первого порядка. Примеры. Модели теорий. Разрешимые теории. Непротиворечивые теории. Критерий независимости аксиомы теории.

Понятие алгоритма в математике. Основные свойства алгоритмов. Вычислимые функции. Разрешимые множества. Рекурсивные множества. Машины Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции. Тезис Тьюринга-Чёрча. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы. Неразрешимость проблем самоприменимости и остановки для машин Тьюринга. Проблема диофантовых уравнений.

Геометрия

Скалярное, смешанное и векторное произведение векторов и их применение к решению задач школьного курса геометрии.

Движения плоскости. Классификация движений. Группа движений. Применение движений к решению задач.

Преобразования подобия и их свойства. Применение подобий к решению задач.

Плоскость Лобачевского. Свойства треугольников плоскости Лобачевского.

Проективная плоскость, ее свойства и ее модели.

Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Гармонические четверки точек. Полный четырехвершинник. Применение к решению задач.

Гладкие кривые. Сопровождающий репер. Формулы Френе.

Гладкие поверхности. Первая квадратичная форма. Задачи, решаемые с помощью первой квадратичной формы

Топологические пространства и их непрерывные отображения.

Алгебра

Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическое представление комплексных чисел. Действие над комплексными числами в тригонометрической форме. Комплексные корни из единицы.

Многочлены от одной переменной, наибольший общий делитель двух полиномов, алгоритм Евклида. Неприводимые над полем полиномы. Разложение полинома положительной степени в произведение неприводимых множителей. Многочлены от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены, обобщенная теорема Виета.

Решение и исследование системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Векторное пространство над полем. Базис и размерность векторного пространства, изоморфизмы векторных пространств. Линейные операторы векторного пространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, характеристическое уравнение.

Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Полиномы над полем действительных чисел. Рациональные корни целочисленных многочленов.

Понятие группы, примеры групп. Подгруппы и смежные классы, теорема Лагранжа. Гомоморфизмы групп, нормальные делители группы.

Понятие кольца, примеры колец. Идеалы кольца. Факториальность кольца главных идеалов. Простое алгебраическое расширение поля. Алгебраические числа.

Теория чисел и числовые системы

Приложения цепных дробей к решению неопределённых уравнений и к приближению действительных чисел.

Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости. Длина периода десятичной дроби. Свойства простых чисел.

Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

Аксиоматическая теория натуральных чисел. Различные формулировки аксиоматической теории натуральных чисел и их эквивалентность. Роль аксиомы индукции в арифметике.

Аксиоматическая теория действительных чисел. Действительные числа и их свойства. Теорема о существовании корня.

Дискретная математика. Теория вероятностей

Основные комбинаторные конфигурации: выборки, размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями. Явные формулы для их числа.

Изоморфизм графов. Понятие инварианта графа. Примеры простейших инвариантов графа.

Случайные события. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности. Основные формулы вычисления вероятностей случайных событий.

Условная вероятность и независимость событий.

Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения. Плотность вероятности. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин.

Законы больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.

5.2 Порядок проведения экзамена

Государственный экзамен проводится в устной форме по билетам; каждый билет содержит два вопроса и одну задачу. Выпускнику предоставляется 60 минут на подготовку ответа по билету государственного экзамена. Государственная экзаменационная комиссия заслушивает ответы выпускника. После

изложения студентом ответа на вопрос билета члены комиссии имеют возможность задать студенту вопросы. В процессе ответа студента оценивается ответ на каждый вопрос. Решения принимаются по завершении процедуры государственного экзамена на закрытом заседании государственной экзаменационной комиссии простым большинством голосов членов комиссии, участвующих в заседании. При равном числе голосов голос председателя является решающим. Результаты определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», которые объявляются в тот же день после оформления в установленном порядке протокола заседания аттестационной комиссии.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Литература

Математический анализ, теория функций действительного переменного, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения, математическая логика, теория алгоритмов

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. — М: Дрофа, 2004.
2. Геворкян П.С. Высшая математика. Основы математического анализа. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.
3. Геворкян П.С. Высшая математика. Интегралы, Ряды, ТФКП, Дифференциальные уравнения. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
4. Зорич В.А. Математический анализ, т. 1, 2. — М.: МЦНМО, 2007.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1–2. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
6. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ, ч. 1, 2. — М.: Велби, 2006.
7. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. 1, 2, 3. — М.: Дрофа, 2003–2006.
8. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. — М.: Мир, 2006.
9. Матросов В.Л., Тимофеева И.Л., Макаренков Ю.А. Теория алгоритмов. Сб. задач. — М.: Прометей, МПГУ, 2010.

10. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — 4-е изд. — М.: Либроком, 2010.
11. Натансон И.И. Теория функций вещественной переменной. — СПб.: Лань, 2008.
12. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Босов А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах. — М.: Высшая школа, 2001.
13. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. — СПб.: Лань, 2009.
14. Тимофеева И.Л. Математическая логика. Курс лекций. — 2-е изд., перераб. — М.: КДУ, 2007.
15. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа, т. 1, 2. — СПб.: Лань, 2006.
16. Шабунин М.И., Сидоров Ю.В. Теория функций комплексного переменного. — М.: Бином, 2009.
17. Брайчев Г.Г. Девять лекций по теории функций комплексного переменного. — М.: Прометей, 2005.
18. Быкова О.Н., Колягин С.Ю., Кукушкин Б.Н. Практикум по математическому анализу. — М.: МПГУ, 2014.
19. Быкова О.Н., Колягин С.Ю., Кукушкин Б.Н. Теория функций действительного переменного. — М.: ИнфраМ, 2015.
20. Колягин С.Ю. Теория функций комплексного переменного. — М.: МПГУ, 2009.
21. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. — М.: Просвещение, 1988.
22. Матросов В.Л. Теория алгоритмов. — М.: Прометей, 1989.
23. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Изд-во МГУ, 1984.
24. Райков Д.А. Одномерный математический анализ. — М.: Высшая школа, 1982.

Геометрия

25. Атанасян С.Л., Покровский В.Г. Геометрия 1. — М.: Изд-во Бином лаборатория знаний, 2014.
26. Атанасян С.Л., Покровский В.Г., Ушаков А.В. Геометрия 1. — М.: Изд-во Бином лаборатория знаний, 2015.
27. Атанасян С.Л. Шевелева Н.В., Покровский В.Г. Сборник задач по геометрии Ч. 2. — М.: Изд-во ЭКСМО, 2008.
28. Атанасян С.Л. Глизбург В.И. Сборник задач по геометрии Ч. 1. — М.: Изд-во ЭКСМО, 2007.
29. Кириченко В.Ф., Гусева Н.И., Денисова Н.С. и др. Геометрия том 1. — М.: Изд. Центр Академия, 2012, 398 стр.
30. Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. Сборник задач по геометрии. часть 1. — М.: Изд. Центр Академия, 2013, 527 стр.
31. Гусева Н.И., Денисова Н.С. и др. Геометрия том 2. — М.: Изд. Центр Академия, 2013, 446 стр.
32. Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. Сборник задач по геометрии. часть 2. — М.: Изд. Центр Академия, 2012, 528 стр.
33. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия 1. — М.: Изд-во КноРус, 2011.
34. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия 2. — М.: Изд-во КноРус, 2011.
35. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. — СПб.: Изд-во БХВ-Петербург, 2010.

Алгебра

36. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: Учеб. Пособие для педагогических институтов. — М.: Высш. Школа, 1979. (Имеется электронная версия).
37. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. — М.: Просвещение, 1993.
38. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. — СПб.: Лань, 2007.
39. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть I–III. — М.: МЦНМО, 2009.
40. Ширшова Е.Е. Алгебра. Группы. Кольца. Курс лекций. — М.: МПГУ, 2005.

41. Ширшова Е.Е. Алгебра (Полиномы. Расширения полей). Курс лекций. — М.: МПГУ, 2006.
42. Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы. Курс лекций. — М.: Прометей, 2013.
43. Компанцева Е.И., Мановцев А.А. Линейная алгебра. Учебное пособие. — М.: МПГУ, 2005.

Теория чисел и числовые системы

44. Бухштаб А.А. Теория чисел. — СПб.: Издательство «Лань», 2008.
45. Виноградов И.М. основы теории чисел: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2009.
46. Гребенча М.К. Теория чисел. — М., 1949.
47. Ларин С.В. Числовые системы. — М.: Издательский центр «Академия», 2001.
48. Михелович Ш.Х. Теория чисел. — М.: «Высшая школа», 1967.
49. Степанова Л.Л., Жмулёва А.В., Деза Е.И. Практикум по элементарной математике. Арифметика. — М.: МЦНМО, 2008.
50. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. — М.: Академия, 2008.
51. Нечаев В.И. Числовые системы. — М.: Просвещение, 1975.
52. Смолин Ю.Н. Числовые системы. — М.: Флинта, Наука, 2009.
53. Сушкевич А.К. Теория чисел (элементарный курс). — Харьков: Издательство Харьковского гос. универ-та им. А.М. Горького, 1954.
54. Феферман С. Числовые системы. — М.: Наука, 1971.

Дискретная математика. Теория вероятностей

55. Баврин И.И. Теория вероятностей и математическая статистика.
56. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1988.
57. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 2003.
58. Деза Е.И., Модель Д.Л. Основы дискретной математики. — М.: URSS, 2011.

59. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. — М.: Наука, 1985.